Sonderdruck aus den „Jahrbüchern für Nationalökonomie und Statistik“
Band 184, Heft 1 (1970)
Gustav Fischer Verlag Stuttgart

Optimales Wachstum; Übersicht und Kritik*)

Von Bruno S. Frey, Basel

I. Einleitung

Jede Gesellschaft trifft bewußt oder unbewußt eine Entscheidung darüber, wie die Güterverteilung zwischen der Gegenwart und der Zukunft aussehen soll. Als Extremfall ließe sich denken, daß eine Gesellschaft die gesamten wirtschaftlichen Möglichkeiten für sich ausnützt und nichts den kommenden Generationen überläßt. Umgekehrt kann eine Wirtschaft in der Gegenwart kärglich leben, um damit den Nachkommen ein möglichst schönes Leben zu ermöglichen.

Für den Ökonomen ist die Fragestellung damit klar definiert: Welcher Anteil der laufenden Produktion soll für die unmittelbare Bedürfnisbefriedigung (d. h. für den Konsum) aufgewendet werden? Die Investitionen, also der nichtkonsumierte Teil des Sozialprodukts, werden zur Bildung von Realkapital verwendet, was in der Zukunft einen höheren Konsum ermöglicht.

Im ersten Teil dieses Aufsatzes wird gezeigt, welche Antwort die heutigen Theorien optimalen Wirtschaftswachstums auf diese grundlegende Frage geben. Auf einen historischen Rückblick wird verzichtet, damit die Diskussion seit etwa 1962 ausführlich behandelt werden kann[1]). In jenem Jahr wurde die berühmte „Goldene Regel der Kapitalakkumulation“ zuerst (allgemein) bekannt. Die Übersicht zeigt, daß diese „Goldene Regel“ nur den Ausgangspunkt zu einer eigentlichen Theorie des optimalen Wachstums bildet.

---

*) Stark erweiterte Fassung einer Vorlesung vor der Philosophisch-Historischen Fakultät der Universität Basel. Ich bin den Herren Prof. Dr. A. E. Ott und Dr. H. J. Ramser für die Durchsicht des Manuskriptes dankbar.

[1]) Für eine allgemeine Übersicht über die Entwicklung und den Stand der Wachstumstheorie vgl. Gottfried Bombach, Von der Neoklassik zur modernen Wachstums- und Verteilungstheorie, Schweizerische Zeitung für Volkswirtschaft und Statistik 100 (1964). Ders., Wirtschaftswachstum, Handwörterbuch der Sozialwissenschaften, Stuttgart, Tübingen-Göttingen 12 (1965). Einen einfachen Überblick speziell der Optimaltheorie gibt neuerdings auch Jochen Schumann, Zur Theorie optimalen wirtschaftlichen Wachstums. Zeitschrift für die gesamte Staatswissenschaft 125 (1969). Die Ansätze bis zur Goldenen Regel werden gut besprochen in Arnold Heertje, On the Optimum Rate of Savings. Weltwirtschaftliches Archiv 90 (1963). Vgl. auch Hans-Jürgen Vosgerau, Über optimales wirtschaftliches Wachstum. Basel und Tübingen 1965.

Der zweite Teil vermittelt einen Überblick über einige wichtige Erweiterungen der Optimaltheorie. Besondere Beachtung wird dabei der zweiten Goldenen Regel geschenkt.

Im letzten Teil wird die Theorie optimalen Wachstums insbesondere wegen der Annahme unveränderlicher Bedürfnisse der Konsumenten kritisiert. Die Stationarität der Nutzenfunktion kann zwar aufgegeben werden. Es wird jedoch argumentiert, daß diese notwendige Erweiterung den ganzen Grundansatz der Theorie in Frage stellt: Entscheidend ist nicht die Aufteilung des Sozialprodukts zwischen Konsum und Investition, sondern die Lernprozesse, die von beiden Tätigkeiten ausgehen können.

II. Ein Modell des Wirtschaftswachstums

Um die Frage nach der optimalen Verteilung der Produktion zwischen der Gegenwart und der Zukunft zu erörtern, drängt sich eine starke Abstraktion des wirtschaftlichen Geschehens auf. Eine Wirtschaft kann auf verschiedene Weise vereinfacht dargestellt werden. Hier wird das heute fast unangefochten dominierende „Neoklassische Wachstumsmodell"[2]) verwendet. In dessen Mittelpunkt steht die Produktionsfunktion, die eine Beziehung zwischen den Produktionsfaktoren Realkapital (K), Arbeit (L) und technischem Wissen (T_L) und der entsprechenden Produktion (Y) bildet.

$$Y(t) = F[K(t), L(t) \cdot T_L(t)]. \tag{1}$$

Für die Produktionsfunktion gelten die üblichen Ertragsgesetze und es werden konstante Skalenerträge angenommen. Der technische Fortschritt $T_L(t)$ ist Harrod-neutral, d. h. er wirkt wie eine Effizienzerhöhung des Arbeitseinsatzes. Das mathematische Produkt aus Arbeitseinsatz in physischen Einheiten und dem technischen Fortschritt wird daher auch „Arbeit in Effizienzeinheiten" genannt.

Sowohl die physische Arbeitskraft als auch das technische Wissen sind modellexogen; es wird unterstellt, daß sie mit einer konstanten Zuwachsrate expandieren:

$$L(t) = L_0 e^{g_L \cdot t} \quad ; \quad g_L \geq 0, \tag{2}$$

$$T_L(t) = T_0 e^{g_{T_L} \cdot t} \quad ; \quad g_{T_L} \geq 0. \tag{3}$$

Das Realkapital wird gebildet, indem ein bestimmter Teil s (= Spar- oder Investitionsquote) zur Kapitalvermehrung verwendet wird:

$$\dot{K} = \frac{dK}{dt} = s \cdot Y(t). \tag{4}$$

---

[2]) Als dessen Schöpfer gelten Robert Solow, A Contribution to the Theory of Economic Growth. Quarterly Journal of Economics 70 (1956), deutsch in: Heinz König (ed.), Wachstum und Entwicklung der Wirtschaft. Neue wissenschaftliche Bibliothek, Köln und Berlin 1968. James E. Meade, A Neoclassical Theory of Economic Growth. 2. Auflage, London 1962. Eine besonders elegante Darstellung findet sich bei Edmund S. Phelps, Golden Rules of Economic Growth. New York 1966.

Da die Investitionsquote über die Zeit als konstant angenommen wird, folgt, daß im gleichgewichtigen Wachstum das Sozialprodukt und der reale Kapitalstock mit gleicher Rate zunehmen[3]).

$$g_Y = g_K = g, \tag{5}$$

wobei

$$g_Y = \dot{Y}/Y \text{ und } g_K = \dot{K}/K.$$

Diese gemeinsame Wachstumsrate g ist gleich der Wachstumsrate der Arbeit und des technischen Fortschritts zusammengenommen[4])

$$g = g_L + g_{T_L}. \tag{6}$$

Sie wird als „natürliche" Wachstumsrate der Wirtschaft bezeichnet.

Wegen der Annahme konstanter Skalenerträge (lineare Homogenität) läßt sich die Produktionsfunktion (1) umformen. Aus

$$\lambda Y(t) = F[\lambda K(t), \lambda L(t)T_L(t)]$$

folgt bei Verwendung von $\lambda = 1/L \cdot T_L$

$$Y(t) = L(t)T_L(t)\, F\left[\frac{K(t)}{L(t)T_L(t)}, 1\right],$$

$$= L(t) \cdot T_L(t) \cdot f(k) \tag{7}$$

wobei $f(k) \equiv F(k, 1)$ und

$$k = \frac{K(t)}{L(t) \cdot T_L(t)} \tag{8}$$

k ist die Kapitalintensität pro Arbeit (in Effizienzeinheiten). Sie ist konstant, weil sowohl der Zähler als auch — nach Gl (6) — der Nenner mit gleicher Rate g wachsen.

Die beiden Gleichungen (7) und (8) erlauben uns zu zeigen, daß alle Variablen des Systems mit der „natürlichen Wachstumsrate" zunehmen:

$$Y(t) = L_0T_0f(k)e^{gt}, \tag{9}$$

$$K(t) = kL_0T_0e^{gt} = K_0e^{gt}, \tag{10}$$

---

[3]) Aus (4) folgt $\frac{\dot{K}}{K} = s\frac{Y}{K}$.

Wenn $\dot{K}/K = g_K > \dot{Y}/Y = g_Y$, dann fällt Y/K und daher auch g_K. Ist $g_K < g_Y$, steigt Y/K und daher auch g_K. Nur bei $g_Y = g_K$ ist gleichgewichtiges Wachstum möglich.

[4]) Dies läßt sich am einfachsten zeigen, wenn die Produktionsfunktion näher spezifiziert wird. Das Resultat gilt aber ganz allgemein.

Bei einer Wicksell-Cobb/Douglas-Funktion mit konstanten Skalenerträgen

$$Y = K^n \cdot [L \cdot T_L]^{1-n}$$

folgt nach logarithmischer Differenzierung

$$\frac{\dot{Y}}{Y} = n \cdot \frac{\dot{K}}{K} + (1-n)\left[\frac{\dot{L}}{L} + \frac{\dot{T}_L}{T_L}\right]$$

Unter Berücksichtigung von (2), (3) und (5) folgt

$$g = g_Y = g_K = g_L + g_{T_L}.$$

$$\dot{K}(t) = g \cdot K = gK_0e^{gt}, \tag{11}$$

$$C(t) = Y(t) - \dot{K}(t) = L_0T_0[f(k) - gk]e^{gt}. \tag{12}$$

C(t) ist der Konsum, d. h. der Güterstrom, der nach Abzug der Investitionen vom Sozialprodukt noch zur Verfügung steht. Um die graphische Darstellung zu erleichtern, wird dieses System „normalisiert": Die Variablen werden nicht mehr in natürlichen Einheiten gemessen, sondern in „Arbeitseffizienzeinheiten". Die entsprechenden Variablen werden mit Kleinbuchstaben bezeichnet, also z. B.

$$y \equiv Y(t)/L(t)T_L(t)\ ;$$
$$c \equiv C(t)/L(t)T_L(t)\,.$$

Sie sind über die Zeit konstant. Diese Normalisierung ermöglicht, das Modell einer wachsenden Wirtschaft formal in ein stationäres System überzuführen.

Der Pro-Kopf-Konsum (pro Effizienzeinheit) läßt sich als Funktion der Kapitalintensität darstellen

$$c = f(k) - gk\ ; \quad f' > 0, f'' < 0\,. \tag{13}$$

Diese grundlegende Beziehung zwischen dem Konsum und dem Kapital kann graphisch dargestellt werden.

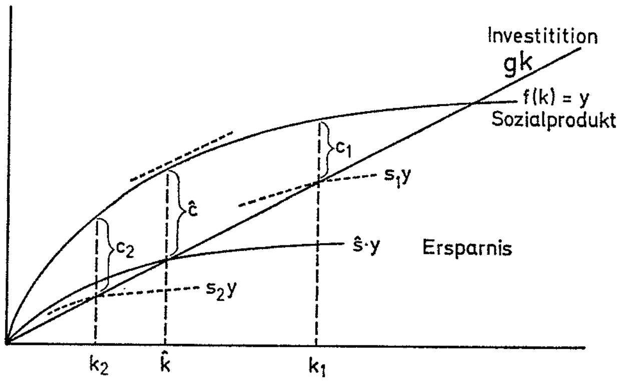

Fig. 1. Beziehung zwischen Kapitalstock und Produktion, Investition und Konsum (alle Größen in Effizienzeinheiten gemessen).

Aus der Figur ist ersichtlich, daß jeder Investitionsquote s eine bestimmte Kapitalintensität k zugeordnet ist. Da die Steigung der Outputkurve die Grenzproduktivität des Kapitals wiedergibt, ist gleichzeitig auch wegen der Annahme vollständiger Konkurrenz der entsprechende Zinssatz r bestimmt

$$f'(k) = r\,. \tag{14}$$

Um die optimale Wachstumspolitik abzuleiten, ist es also gleichgültig, ob der optimale Kapitalstock, der Zinssatz oder die Investitionsquote ermittelt wird.

III. Effizientes Wachstum

In dem abstrakten Modell einer Wirtschaft, wie sie in dieser Figur dargestellt ist, ist es naheliegend, diejenige Investitionsquote und Kapitalintensität zu wählen, die den größtmöglichen Konsum ergibt. Es muß beachtet werden, daß in diesem neoklassischen Modell der langen Periode nur das Niveau des Wachstumspfades beeinflußt werden kann, nicht jedoch die Wachstumsrate selbst. Ein größtmöglicher Konsum in der einen Periode garantiert auch den größtmöglichen Konsum in der ganzen Zukunft.

Der höchste Pro-Kopf-Konsum ist erreicht, wenn der Abstand zwischen den beiden Kurven maximal ist, d. h., wenn die Steigung der beiden Kurven gleich ist. Als Bedingung für die Maximierung des Konsums ergibt sich somit die Gleichheit von Zinssatz und Wachstumsrate der Wirtschaft

$$\hat{r} = f'(\hat{k}) = g\,. \tag{15}$$

Nach Differenzierung von Gl. (13) nach k

$$\frac{dc}{dk} = f'(\hat{k}) - g = 0$$

folgt natürlich das gleiche Ergebnis[5]). Durch Erweiterung mit dem Kapitalkoeffizienten läßt sich das Resultat auch formulieren als Gleichheit von Gewinnquote $n = G/Y$ und Investitionsquote s in der Volkswirtschaft

$$r \cdot \frac{K}{Y} = g \cdot \frac{K}{Y}\,,$$

$$n = \hat{s}\,. \tag{16}$$

---

[5]) Die Goldene Regel kann auch direkt durch Differenzierung nach der Sparquote s abgeleitet werden: Das N i v e a u des Sozialprodukts Y(t) ist gemäß (9) von der Kapitalintensität und damit von der Sparquote s abhängig

$$Y(t) = \Psi(s)e^{gt}\,, \quad \Psi'(s) > 0\,. \tag{9 a}$$

Für den Konsum folgt

$$C(t) = (1 - s)\,\Psi(s)e^{gt}\,. \tag{12 a}$$

Maximierung nach s ergibt

$$\frac{dC}{ds} = -\,\Psi(s)e^{gt} + (1 - s)\,\Psi'(s)e^{gt} = 0$$

$$\frac{\Psi'(s) \cdot s}{\Psi(s)} = \frac{s}{1 - s}\,. \tag{12 b}$$

Aus (4) und (11):

$$K(t) = K_0 e^{gt} = \frac{s}{g}\,\Psi(s)e^{gt}\,. \tag{11 a}$$

Das N i v e a u des Sozialprodukts kann durch Einsetzen von K_0 und L_0 in die Produktionsfunktion (l) bestimmt werden:

$$\Psi(s) = F[K_0, L_0] = F\left[\frac{s}{g}\,\Psi(s), L_0\right],$$

$$\Psi'(s) = F_K \cdot \left[\frac{1}{g}\,\Psi(s) + \frac{s}{g}\,\Psi'(s)\right],$$

Diese Bedingung ist als „Goldene Regel der Kapitalakkumulation" bekannt. Sie wurde um 1961/62 gleichzeitig von mehreren Ökonomen entdeckt. Gewöhnlich werden E. S. Phelps, M. Allais, J. Desrousseaux, Joan Robinson, J. E. Meade, T. W. Swan und C. C. v. Weizsäcker genannt. Die „Entdeckung" der Goldenen Regel galt damals als Sensation, weil es scheinbar gelungen ist, Aussagen über das optimale Wachstum aus den rein technologischen Beziehungen einer Wirtschaft abzuleiten.

Bis vor kurzem war es umstritten, welche normative Bedeutung der „Goldenen Regel" zukommt. Sollte die Wirtschaftspolitik wirklich versuchen, diejenige Investitionspolitik anzusteuern, bei der sich der Zinssatz mit der Wachstumsrate der Wirtschaft deckt?

Zur Untersuchung dieser Frage ist es nützlich zu prüfen, welche Auswirkungen eine Abweichung von der Goldenen Regel hat.

Es sei zuerst angenommen, die Wirtschaft verfüge über einen höheren Kapitalstock als die Goldene Regel vorschreibt: $k_1 > \hat{k}$ in Fig. 1.

Definitionsgemäß folgt, daß der dauernd erreichbare Konsum kleiner ist als er sein könnte ($c_1 < \hat{c}$). Es wäre also für die Volkswirtschaft vorteilhaft, den Kapitalstock zu verkleinern. Ein Abbau des Kapitalstocks bringt darüber hinaus einen einmaligen Konsumzuwachs. Da eine Verkleinerung des Kapitalstocks sowohl eine einmalige als auch eine dauernde Erhöhung des Konsumniveaus ermöglicht, ist es offensichtlich, daß keine Wirtschaft mehr Kapital anhäufen sollte, als es die Goldene Regel vorschreibt.

In der Fachsprache wird ein derartiger Bereich als „ineffizient im Sinne von Phelps" bezeichnet[6]). Bei Ineffizienz werden Produktionsmöglichkeiten verschwendet, denn wenigstens eine Person in der Volkswirtschaft könnte in einer Periode mehr Konsum genießen, ohne daß irgend jemand anders schlechter gestellt würde. Es handelt sich um eine Erweiterung der PARETO-Effizienz für den Fall einer Wirtschaft mit unendlichem Zeithorizont.

Es wäre naheliegend anzunehmen, daß sich auch ein kleinerer Kapitalstock als bei der Goldenen Regel als „ineffizient" erweist ($k_2 < \hat{k}$ in Fig. 1).

$$\frac{\Psi'(s) \cdot s}{\Psi(s)} = \frac{\frac{s}{g} \cdot F_K}{1 - \frac{s}{g} F_K} . \tag{1 a}$$

Aus (11 a) folgt aber

$$\frac{s}{g} F_K = \frac{K(t)}{Y(t)} F_K = \frac{G}{Y} = n . \tag{11 b}$$

Gleichsetzung von (12 b) mit (1 a) unter Berücksichtigung von (11 b) ergibt

$$\frac{\Psi'(s) \cdot s}{\Psi(s)} = \frac{s}{1 - s} = \frac{n}{1 - n} .$$

$$s = \hat{n} . \tag{12 c}$$

Auf diese Herleitung wurde der Autor durch Mordechai Kurz aufmerksam gemacht.

[6]) Vgl. Edmund Phelps, An Essay on Dynamical Efficiency, in: Golden Rules of Economic Growth, l. c.

Diese Vermutung ist aber unrichtig. Zwar könnte wiederum definitionsgemäß das dauernd erreichbare Konsumniveau gesteigert werden ($c_2 < \hat{c}$). Dieser dauernde Konsumgewinn kann aber nur durch eine Erhöhung der Investitionsquote von s_2 auf $\hat{s}$ erreicht werden, d. h. durch einen Konsumverzicht in der Gegenwart. Der Effizienzbegriff ist also nicht mehr ausreichend, um diesen Bereich zu charakterisieren. Es ist ein Vergleich des Konsumverlustes in der Gegenwart mit dem Konsumgewinn in der Zukunft erforderlich.

IV. Optimales Wachstum

Eine Bewertung oder ein Vergleich des Konsums zu verschiedenen Zeitpunkten wird durch das Konzept einer Nutzenfunktion ermöglicht. Der Pro-Kopf-Konsum stiftet in jeder Zeitperiode einen bestimmten Nutzen,

$$u = u\left[\frac{C(t)}{L(t)}\right]; \quad u' > 0, u'' < 0. \tag{17}$$

Um aber die Optimalität einer bestimmten Investitionspolitik ermitteln zu können, ist eine Bewertung des gesamten zukünftigen Nutzenstromes notwendig.

Es ist denkbar, daß nicht nur Individuen, sondern auch die Gesellschaft einen Nutzenstrom als um so geringer einschätzen, je weiter entfernt er in der Zukunft liegt. Mit Hilfe der reinen Zeitpräferenz, ausgedrückt durch den Diskontsatz ϱ, können die Nutzenströme der verschiedenen Perioden unterschiedlich gewichtet werden.

Der Nutzen, den ein bestimmter Wachstumspfad stiftet, läßt sich durch ein diskontiertes Integral des Nutzens der einzelnen Perioden formalisieren:

$$U = \int_{t=0}^{\infty} e^{-\varrho t} u\left[\frac{C(t)}{L(t)}\right] dt. \tag{18}$$

Dieses Optimalitätskriterium wird z. T. mit geringen Abweichungen verwendet von Ramsay, Cass, Malinvaud, Koopmans, Samuelson, Inagaki, Phelps, Mirrlees u. a.[7]). Interessant ist, daß ganz neuerdings auch in der sowjetischen Planung die gleiche Zielfunktion verwendet wird (Pugachev)[8]).

[7]) Vgl. Tjalling C. Koopmans, Objectives, Constraints and Outcomes in Optimal Growth Models. Econometrica 35 (1967). In allerjüngster Zeit wird auch mit Ansätzen gearbeitet, die als Argument des Nutzenintegrals die Konsumänderung in der Zeit enthalten. Es wird z. B. postuliert, daß ein Pfad mit kontinuierlicher Konsumzunahme cet. par. einem Pfad vorzuziehen sei, der zeitweilige Konsumrückgänge aufweist. Sikhamoy Chakravarty and Alan S. Manne, Optimal Growth When the Instantaneous Utility Function Depends on the Rate of Change in Consumption. American Economic Review 58 (Dec. 1968). Mordehai Kurz hat ein Modell entwickelt, in dem neben dem Konsum auch das Vermögen als Argument in der Nutzenfunktion enthalten ist. Optimal Economic Growth and Wealth Effects. International Economic Review 9 (Oct. 1968).

[8]) Vgl. Alfred Zauberman, On the Objective Function of the Soviet Economy. Economica (1965). Ders., Aspects of Planometrics, London 1967, p. 177 seq.

Die optimale Aufteilung der Produktion zwischen Konsum und Investition kann durch Maximierung dieses Nutzenintegrals im Rahmen des entwickelten Wirtschaftsmodelles abgeleitet werden. Mathematisch war dieses Optimierungsproblem bis vor kurzem nur mit Hilfe der Euler/Lagrange-Gleichung der Variationsrechnung lösbar. Heute steht jedoch eine vom russischen Akademiemitglied Pontryagin entwickelte Methode zur Verfügung[9]). Manchmal kann allerdings keine optimale Politik abgeleitet werden, wenn das Nutzenintegral nicht konvergiert[10]).

Der Ausgangspunkt des „Maximum-Prinzips" von Pontryagin ist die sog. Hamiltonsche Gleichung

$$H = u\left[\frac{C(t)}{L(t)}\right] + p \cdot \dot{k} . \tag{19}$$

Dieser Ausdruck setzt sich zusammen aus dem Nutzenstrom des Pro-Kopf-Konsums in der Gegenwart und einem zweiten Glied, das den zukünftigen Nutzen repräsentiert. Der Zukunftskonsum wird einfach durch die laufenden Investitionen ausgedrückt, die durch einen Faktor p gewichtet werden. Es handelt sich um einen „Schattenpreis", der den Nutzen aus dem Gegenwartskonsum und dem durch die Investitionen ermöglichten Zukunftskonsum auf einen gemeinsamen Nenner bringt.

Die optimale Investitionsquote wird durch einfache Differenzierung des Hamiltonschen Ausdruckes ermittelt, wobei der Schattenpreis durch eine Hilfsgleichung ermittelt wird:

$$\dot{p} = \varrho p - (dH/dk) . \tag{20}$$

Es ergibt sich folgendes Ergebnis für den optimalen Zinssatz:

$$r^* = f'(k^*) = \varrho + g_L + \alpha g_T . \tag{21}$$

α ist die (absolute) „Elastizität des Grenznutzens des Pro-Kopf-Konsums", die wiedergibt, wie sich der Nutzen verändert, wenn im Zuge des wirtschaftlichen Wachstums der Pro-Kopf-Konsum dauernd steigt:

$$\alpha = - \frac{u'' \cdot c}{u'} > o . \tag{22}$$

Dieses Resultat hat nur Geltung für Parameterkonstellationen, bei denen die Investitionsquote kleiner oder gleich derjenigen der Goldenen Regel ist, weil ja aus den vorherigen Überlegungen bekannt ist, daß für eine höhere Investitionsquote das Wachstum ineffizient und daher *a fortiori* suboptimal ist.

Das Ergebnis — das „Goldene Nutzenregel" genannt werden kann — zeigt, daß die Goldene Regel der Kapitalakkumulation, selbst bei gleich-

---

[9]) Vgl. dazu z. B. Bruno S. Frey, Eine einfache Einführung zu Pontryagins Maximum-Prinzip im Wirtschaftswachstum. Weltwirtschaftliches Archiv (1969).

[10]) In diesem Fall kann oft das „Überholkriterium" verwendet werden, demzufolge ein bestimmter Konsumpfad einem anderen überlegen ist, wenn er ihn bis zu einem endlichen Zeitpunkt überholt und anschließend für immer einen höheren Nutzen stiftet. Vgl. Carl-Christian von Weizsäcker, Existence of Optimal Programs of Accumulation for an Infinite Time Horizon. Review of Economic Studies 22 (1965).

gewichtigem Wachstum, nur in ganz bestimmten Fällen optimal ist. Die Goldene Regel ist nur optimal, wenn der zukünftige Nutzen nicht diskontiert wird ($\varrho = 0$) und darüber hinaus kein technischer Fortschritt vorhanden ist ($g_{T_L} = 0$) oder zufällig $\alpha = 1$ (was eine Nutzenfunktion von der Form $u = \log c$ impliziert)[11]).

Wie zu erwarten ist, muß weniger als bei der Goldenen Regel investiert werden, wenn der zukünftige Konsum einen zunehmend kleineren Nutzen stiftet ($\alpha > 1$).

Einen ähnlichen Einfluß auf die optimale Investitionspolitik wie die Zeitdiskontierung hat der wegen des technischen Fortschritts dauernd steigende Pro-Kopf-Konsum, wenn er immer weniger Nutzen stiftet. Auch dieses Ergebnis ist intuitiv einleuchtend: die optimale Investitionsquote muß kleiner sein, wenn der zukünftige Konsum der Bevölkerung immer weniger Nutzen bringt.

Aus der Optimalbedingung läßt sich auch der Einfluß des technischen Fortschritts ablesen:

Je größer der investitionsunabhängige Anteil des Wachstums, d. h. je größer cet. par. der technische Fortschritt, desto geringer ist die optimale Investitionsquote. Dies entspricht der intuitiven Vorstellung, daß man heute nicht auf zuviel Konsum verzichten sollte, wenn die kommenden Generationen wegen des technischen Fortschritts ohnehin über einen höheren Konsumstandard verfügen werden. Wie Gordon Tullock richtig sagt, wäre es wie wenn die Armen (d. h. die heutige Generation) die Reichen (d. h. die zukünftigen Generationen) subventionieren[12]).

Die Auffassung der Wachstumstheoretiker über die optimale Investitionsquote hat einen interessanten Wandel durchgemacht. Anfänglich schien es, daß in der Wirklichkeit (wenigstens in den westlichen Ländern) zuwenig investiert würde. Einleuchtende Gründe wurden vor allem durch William Baumol und Amartya Sen mit dem „Isolation Paradox" vorgebracht[13]). Demnach besitzen die Investitionen den Charakter eines öffentlichen Gutes, denn alle Einwohner eines Landes freuen sich darüber, wenn Vorsorge für

---

[11]) Aus $\alpha = - u'' \cdot c/u'$ ergibt sich die Grenznutzenfunktion $u' = b \cdot c^{-\alpha}$. Für $\alpha = 1$ folgt daraus die Nutzenfunktion $u = \log c + \text{const.}$ Einem Basler sei hinzuweisen erlaubt, daß Daniel Bernoulli zur Lösung des „Petersburger Paradoxon" seines Vetters Niklaus Bernoulli schon eine logarithmische Nutzenfunktion verwendet hat. Specimen theoriae novae de mensura sortis. Commentarii academiae scientiarum imperialis Petropolitanae 1730—1731, St. Petersburg 1738.

[12]) Gordon Tullock, The Social Rate of Discount and the Optimum Rate of Investment: Comment. Quarterly Journal of Economics 78 (1964).

Einwände und Bedenken gegen zu hohe Investitionsquoten und Wachstum werden auch außerhalb der formalen Theorie immer häufiger erhoben. Insbesondere werden die negativen externen Effekte des Wachstums betont. Vgl. z. B. E. J. Mishan, The Costs of Economic Growth. London 1967.

[13]) William J. Baumol, Welfare Economics and the Theory of the State. 2. Auflage Cambridge (Mass.) 1965. Amartya Sen, On Optimising the Rate of Saving. Economic Journal 71 (1961).

die nachfolgenden Generationen getragen wird. Kein Individuum hat jedoch ein Interesse, selbst auf Konsum zu verzichten und dadurch diese Kapitalbildung zu ermöglichen.

Gemäß der Goldenen Regel sollte die (Netto-) Investitionsquote zwischen 20 und 30 % des Sozialprodukts betragen, denn in diesem Bereich befinden sich die empirisch ermittelten Gewinnquoten. Wenn aber der induzierte technische Fortschritt berücksichtigt wird, steigt die von der Goldenen Regel vorgeschriebene Investitionsquote auf noch viel höhere Werte[14]).

Mit der Goldenen Nutzenregel ist aber die als optimal betrachtete Investitionsquote wieder kleiner geworden als bei der (ursprünglichen) Goldenen Regel, sofern angenommen werden kann, daß die Gesellschaft über eine positive Zeitpräferenz verfügt ($\varrho > 0$) und/oder der Grenznutzen des Pro-Kopf-Konsums relativ stark abnimmt ($\alpha > 1$). Es läßt sich sogar nicht einmal mehr a priori sagen, ob in der Wirklichkeit zuviel oder zu wenig investiert wird.

Diese Frage kann vielleicht beantwortet werden, indem umgekehrt vorgegangen wird: Es wird angenommen, daß die empirisch beobachtete Investitionsquote dem Optimum entspricht und man leitet daraus ab, welche Zeitpräferenz ϱ und Elastizität des Grenznutzens α impliziert werden. Eine Untersuchung für die Vereinigten Staaten, Kanada und Japan[15]) kommt unter dieser Annahme zum Ergebnis, daß der implizierte Diskontsatz zwischen 3 und 4 % und die implizierte Elastizität des Grenznutzens zwischen 0,05 und 0,25 liege. Während der Wert für den Diskontierungssatz etwa „richtig“ erscheint, ist die implizierte Grenznutzenelastizität erstaunlich gering. Wenn der Grenznutzen des Konsums in der Wirklichkeit schneller abnimmt, so müßte der tatsächlich optimale Zinssatz r^* höher und die optimale Investitionsquote s^* tiefer angesetzt werden als heute.

V. Erweiterungen

In diesem Abschnitt sollen einige wichtige Erweiterungen des Grundmodells gestreift werden[16]).

a) Endlicher Zeithorizont und das Konsum-Turnpike Theorem

Die abgeleitete optimale Wachstumspolitik gilt nur im Rahmen einer Wirtschaft „im Goldenen Zeitalter“, die keinen Anfang und kein Ende kennt.

---

[14]) Hajo Riese, Gleichgewichtswachstum und optimales Wachstum in der neoklassischen Wachstumstheorie. Kyklos 17 (1964), S. 59. Gottfried Bombach, Wirtschaftswachstum, l. c. S. 793/4.

[15]) Koichi Mera, Empirical Determination of a Dynamic Utility Function. Review of Economics and Statistics 50 (1968). Es braucht kaum betont zu werden, daß derartigen Schätzungen wegen grundsätzlicher statistischer Probleme nicht zuviel Vertrauen entgegengebracht werden darf.

[16]) Auf die bloße Anwendung der Goldenen (Nutzen)-Regel auf verschiedene Bereiche außerhalb der Kapitalbildung soll nicht eingegangen werden. Edmund Phelps hat das Konzept auf Forschung, Ausbildung und Bevölkerung angewandt. Golden Rules of Economic Growth, l. c.

Entsprechend wird auch der Konsumstrom über einen unendlichen Zeithorizont (vgl. Gl. 18) maximiert.

In der Wachstumstheorie sind heftige Diskussionen darüber im Gange, ob ein endlicher oder unendlicher Zeithorizont zugrundegelegt werden sollte. Manches spricht für eine Begrenzung des Horizontes. Die Individuen, die die Gesellschaft ausmachen, schauen selbst erfahrungsgemäß nur kurze Zeit voraus. Ebenso erstreckt sich die Wirtschaftsplanung typischerweise nur über eine kurze Periode, meist etwa 4—5 Jahre. Die Zukunft ist so unsicher, daß es sinnlos scheint, die Optimierung über eine zulange Frist zu erstrecken, weil die technologischen Verhältnisse völlig anders sein werden.

Es gibt aber auch gute Argumente gegen eine Begrenzung des Zeithorizontes. Am schwersten wiegt, daß die Wahl des Endzeitpunktes willkürlich ist. Das gleiche gilt für den gewünschten Endkapitalstock K(T). Die Größe des Kapitalbestandes am Zeithorizont bestimmt ja darüber, wieviel in der Zeit nachher produziert und konsumiert werden kann. Mit K(T) wird also der Nutzenstrom von T bis ∞ festgelegt. Die gewünschte Größe von K(T) bestimmt aber auch die Konsummöglichkeiten von der Gegenwart bis zum Zeithorizont T. Daraus folgt, daß der Endkapitalstock nur optimal bestimmt werden kann, wenn der Nutzen explizit über einen unendlichen Zeithorizont (möglicherweise aber mit einer angemessenen Diskontierung) maximiert wird.

In der formalen Betrachtung erweist sich der unendliche als Spezialfall eines endlichen Zeithorizontes (für $T \to \infty$). Es besteht kein Gegensatz zwischen den Ergebnissen für den einen oder anderen Fall; der Übergang ist kontinuierlich. In den sog. „Konsum-Turnpike Theoremen"[17]) wird nach-

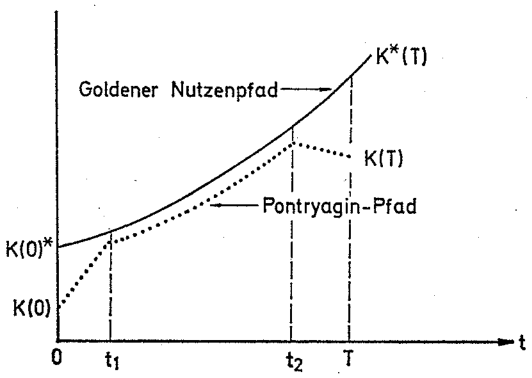

Fig. 2. Optimaler Wachstumspfad bei endlichem Zeithorizont (Konsumturnpike).

[17]) Zuerst entwickelt von Paul A. Samuelson, A Catenary Turnpike Theorem Involving Consumption and the Golden Rule. American Economic Review 55 (1965) and David Cass, Studies in the Theory of Optimal Economic Growth, Ph. D. Dissertation, Stanford 1965. Vgl. auch verschiedene Aufsätze in Karl Shell (ed.), Essays in the Theory of Optimal Economic Growth, Cambridge (Mass.) 1967.

gewiesen, daß der optimale Wachstumspfad die längste Zeit hindurch dem „Goldenen Nutzenpfad" folgt (vgl. Fig. 2).

Von $t = 0$ bis t_1 findet eine Umstrukturierung vom anfänglich vorgegebenen Kapitalstock K(0) auf den Goldenen Nutzenpfad statt. Am Ende (von t_2 bis T) findet dann wiederum eine Umstrukturierung auf den gewünschten Endkapitalstock K(T) statt. In Fig. 2 wird der optimale Wachstumspfad „Pontryagin-Pfad" genannt, weil er sich am leichtesten durch das Maximum-Prinzip von Pontryagin ableiten läßt. Wenn kein endlicher Zeithorizont vorgegeben ist ($T = \infty$), verbleibt der optimale Wachstumspfad nach der anfänglichen Umstrukturierung auf dem Goldenen Nutzenpfad.

Bei der Betrachtung des unendlichen Zeithorizontes wurde festgestellt, daß ein größerer Kapitalstock als bei der Goldenen Regel ineffizient und daher a fortiori sub-optimal sei. Bei endlichem Zeithorizont läßt sich jedoch der Effizienzbegriff nicht mehr anwenden. Eine Kapitalintensität $K > \hat{K}$ kann nicht mehr als ineffizient charakterisiert werden: Für eine Volkswirtschaft kann es sich durchaus lohnen, vorerst viel Kapital zu akkumulieren und erst später wieder zu reduzieren. Entscheidend ist, welches Gewicht die Nutzenfunktion dem einmaligen Konsumgewinn irgendwann in der endlichen Zukunft zuweist. Die Goldene Nutzenregel als „Schnellstraße" für den Pontryagin-Pfad kann also bei endlichem Horizont auf höherem oder tieferem Niveau als die Goldene Regel liegen:

$$r^* = \varrho + g_L + \alpha g_{T_L} \gtrless \hat{r}. \tag{23}$$

b) Mehrere Konsumgüter

Das übliche neoklassische Eingütermodell kann erweitert werden und es können verschiedene Konsumgüter (z. B. deren zwei) unterschieden werden. In diesem Fall bildet die Goldene Regel eine Transformationskurve zwischen den beiden Gütern. Sie weist die üblichen Eigenschaften einer derartigen Kurve auf, d. h. sie ist negativ geneigt und konkav (zum Ursprung)[18]).

c) Offene Volkswirtschaften

In einer Wirtschaft, die gegenüber dem Rest der Welt klein ist, verändert sich die Goldene Regel (und damit auch die Goldene Nutzenregel) grundlegend. In einer geschlossenen Volkswirtschaft kann durch eine Veränderung der Kapitalintensität die Grenzproduktivität des Kapitals (r) an den optimalen Wert angepaßt werden.

Für eine kleine offene Wirtschaft besteht diese Möglichkeit jedoch nicht, weil der interne Zinssatz (bei vollkommener Mobilität des Geldkapitals) durch den Zinssatz auf dem Weltmarkt determiniert ist. Keine der beiden Seiten der Gleichung (15) oder (21) kann durch die Investitionsquote beeinflußt werden. Im gleichgewichtigen Wachstum entspricht aber der Rückgang des Konsums bei einer Erhöhung der Sparquote immer g, weil auf dem

[18]) Nissan Liviatan and David Levhari, The Concept of the Golden Rule in the Case of More than one Consumption Good. American Economic Review 58 (März 1968).

höheren Wachstumspfad die Investitionen entsprechend der Gleichung $\dot{K} = gK$ dauernd erhöht werden müssen. Das gesamte Sozialprodukt (und damit die Investitionen) erhöht sich gemäß der Grenzproduktivität des Kapitals (Zinssatz) r. Die Nettovergrößerung des Konsums bei einer Anhebung der Sparquote beträgt also $r - g$. Da in einer offenen Wirtschaft beide Größen vorgegeben sind, wird die optimale Wachstumspolitik durch Extremlösungen gegeben: Wenn (für den Spezialfall der Goldenen Regel) $r < g$, wird der Konsum maximiert, wenn nichts gespart wird ($\hat{s} = 0$). Umgekehrt sollte so viel wie möglich gespart werden, wenn $r > g$[19]).

Das gleiche Ergebnis gilt für den allgemeinen Fall der Goldenen Nutzenregel, wenn $r = g_L + g_{T_L}$ durch $\varrho + g_L + \alpha g_{T_L}$ ersetzt wird.

d) Berücksichtigung des Geldes

In einer Modellwirtschaft mit Geld stehen den Individuen zwei Möglichkeiten der Vermögenshaltung offen, nämlich in Form von Realkapital oder in Form von Geld. Das Realkapital hat eine Rendite r gleich seiner Grenzproduktivität $f'(k)$, während das Geldvermögen eine Rendite von $-g_P$ hat, also gleich der negativen Wachstumsrate des Preisniveaus. Bei vollkommenen Märkten sind die Kosten (opportunity costs) des Geldbesitzes gleich dem Geldzins $i = r + g_P$. Es läßt sich wiederum nachweisen[20]), daß für den Spezialfall der Goldenen Regel $\hat{r} = g$ sein muß.

Falls die Grenzkosten der Produktion von Geld vernachlässigbar klein sind, muß die optimale Geldmenge so groß sein, daß der Nutzen zusätzlichen Geldes auf Null sinkt. Die alternativen Kosten der Geldhaltung, d. h. i, müssen dann auch Null betragen:

$$i = \hat{r} + g_P = 0\,, \tag{24}$$

das heißt

$$r = \hat{g} = -g_P\,. \tag{25}$$

Das Preisniveau soll also im Optimum so schnell fallen, wie das Gesamtsystem expandiert[21]). Bei konstanter Umlaufgeschwindigkeit

$$v = \frac{p \cdot Y}{M} = \text{const.} \tag{26}$$

(wo p = Preisniveau, Y = reales Sozialprodukt, M = Geldmenge) folgt

$$g_P + g - g_M = 0\,. \tag{27}$$

Unter Berücksichtigung von (25) ergibt sich

$$g_M = 0\,. \tag{28}$$

---

[19]) James A. Hanson and Philip A. Neher, The Neoclassical Theorem Once again; Closed and Open Economies. American Economic Review 57 (1967).

[20]) David Levhari and Don Patinkin, The Role of Money in a Simple Growth Model. American Economic Review 58 (1968).

[21]) Es ist bemerkenswert, daß die moderne Optimaltheorie die Ansichten einiger nationalökonomischer „Cranks" bestätigt.

Eine optimale Geldpolitik verlangt also eine konstante Geldmenge.

Dieses Ergebnis gilt nur, wenn die Entscheidungsträger die Investitionsquote s und die Geldmenge M bestimmen können[22]).

e) Optimalität individueller Sparentscheide

Die Theorie optimalen Wachstums geht meistens davon aus, daß die Investitionsquote durch irgendeinen Entscheidungsträger auf dem optimalen Niveau fixiert wird. Dieser Ansatz ist einseitig, weil zwar angenommen wird, daß die Unternehmer sich optimal verhalten, bei den Konsumenten aber einfach eine konstante Sparquote unterstellt wird. Gerade die neuen Theorien des Konsumverhaltens (wie „Life Cycle Savings“ etc.) zeigen aber, daß eine konstante Sparquote für ein Individuum wohl kaum optimal ist.

Das Problem der Nutzenmaximierung stellt sich für das Individuum ganz anders als für die Volkswirtschaft. Für die Wirtschaft als ganzes ist (wenigstens in einem Goldenen Zeitalter) nebst den Präferenzen die Wachstumsrate vorgegeben: Es gilt durch Variation der Kapitalintensität den optimalen Zinssatz zu bestimmen. Für das Individuum ist umgekehrt nebst seinen Präferenzen der Zinssatz vorgegeben und es kann die Wachstumsrate des Konsums über seine Lebenszeit variieren. James E. Meade hat unter der Voraussetzung, daß das Individuum sein gesamtes Einkommen während seiner eigenen Lebenszeit konsumiert (d. h. nichts vererbt) abgeleitet[23]), daß

$$g_c^* = r \cdot \sigma . \qquad (29)$$

Die optimale Wachstumsrate des Konsums g_c^* muß also in jedem Zeitpunkt gleich sein dem Produkt aus Zinssatz und der (absoluten) Substitutions-Elastizität des Konsums über die Zeit σ. Diese Elastizität mißt die durch das Individuum vorgenommene Vor- oder Rückverlegung des Konsums, wenn sich der relative Preis des Konsums über die Zeit ändert.

Dieser relative Preis wird durch den Zinssatz gegeben, der ausdrückt, unter welchen Bedingungen sich der Konsumstrom über die Zeit verschieben läßt[24]).

Wennn der Zinssatz zu einem Zeitpunkt hoch ist, ermöglicht ein Konsumverzicht heute einen viel höheren Konsum morgen. Ein Individuum sollte daher sein Einkommen zeitlich derart auf den Konsum verteilen, daß der

---

[22]) Miguel Sidrauski (und andere) haben den Fall untersucht, daß die Individuen die Sparquote selbst bestimmen (vgl. dazu den nächsten Abschnitt) und die Entscheidungsträger nur die Geldmenge und deren Wachstumsrate beeinflussen können. Es zeigt sich, daß dann selbst im Spezialfall die Goldene Regel nicht mehr optimal ist. Rational Choice and Patterns of Growth in a Monetary Economy. American Economic Review 57 (1967).

[23]) James E. Meade, The Growing Economy, London 1968, p. 204 seq. Weitere wichtige Annahmen sind: Konstante Bedürfnisse, keine reine Zeitpräferenz und Irrelevanz der Konsumfolge (d. h. es ist gleichgültig, ob der Konsum allmählich gesteigert wird oder umgekehrt der Konsumstandard allmählich reduziert wird).

[24]) σ ist wie eine gewöhnliche Substitutionselastizität definiert:

$$\sigma = \frac{\text{Prozentuale Veränderung des Konsums über die Zeit}}{\text{Prozentuale Veränderung des relativen Preises.}} \; .$$

Konsum rasch ansteigt. Morgen sollte also im Vergleich zu gestern viel konsumiert werden. Das gleiche gilt, wenn die Substitutionselastizität σ groß ist: Bei einer Konsumerhöhung von morgen (gegenüber heute) fällt der Nutzen dieses zusätzlichen Konsums nicht stark im Vergleich zum Konsumverzicht von heute.

f) Verschiedene Generationen

In den bisherigen Ansätzen ist implizit angenommen worden, daß die Präferenzen jeder Generation sich hinsichtlich des eigenen Konsums (im Vergleich zur nächsten Generation) nicht von ihrer Präferenz hinsichtlich des Konsums zukünftiger Generationen (im Vergleich zu späteren Generationen) unterscheidet. Die gegenwärtig lebende Generation kann sich mit anderen Worten nicht mehr Gewicht geben, als es der konstanten Zeitpräferenz entspricht. Jene führt aber nur zur Bevorzugung der heutigen Generation, weil deren Konsum z e i t l i c h näher liegt als der Konsum zukünftiger Generationen.

Ein solches Verhalten kann als „extrem altruistisch" bezeichnet werden. Wenn angenommen wird, daß die heutige Generation sich selbst (über die Zeitpräferenz hinaus) mehr Bedeutung zumißt, als den kommenden Generationen („unvollständiger Altruismus"), bestimmt jede Generation ihre eigene Investitionsquote. Die Untersuchungen dieser Frage stehen erst am Anfang[25]). Von dieser Seite her kann auch das wichtige Problem der Vererbung und Vermögensverteilung neu angegangen werden[26]).

g) Die zweite Goldene Regel: Endogene Wachstumsrate

Die interessanteste Erweiterung der Theorie optimalen Wachstums besteht aber sicherlich in der Lösung von der exogen vorgegebenen säkularen Wachstumsrate. Es wird nicht mehr angenommen, daß die Zuwachsrate des technischen Fortschritts — wie in Gl. (3) — einfach von außen her vorbestimmt ist. Es wird vielmehr stipuliert, daß die Volkswirtschaft über einen Bestand an Ressourcen verfüge (Wissenschaftler, Ingenieure), die den technischen Fortschritt „produzieren". Wegen der Knappheit dieses Bestandes ist

---

Für den Zeitraum $t = 0$ bis $t = 1$ z. B.

$$\sigma = \frac{\Delta\left(\frac{C_1}{C_0}\right) \Big/ \frac{C_1}{C_0}}{\Delta\left(\frac{p_1}{p_0}\right) \Big/ \frac{p_1}{p_0}} = \frac{g_c}{r}.$$

Der Zähler entspricht der Wachstumsrate des Konsums, der Nenner dem Zinssatz. Aus $\sigma = g_c/r$ folgt direkt (29). Diese Beziehung gilt nur, wenn σ an dem Punkt gemessen wird, wo die Individuen dem zusätzlichen heutigen Konsum den gleichen Wert beimessen wie dem zusätzlichen zukünftigen Konsum.

[25]) E d m u n d S. P h e l p s and R o b e r t A. P o l l a k, On Second-Best National Saving and Game-Equilibrium Growth. Review of Economic Studies 35 (1968).

[26]) Auch dazu finden sich wichtige Ansätze bei J a m e s E. M e a d e, A Growing Economy, ch. XII—XIII. Vgl. auch die glänzende Schrift des gleichen Autors Efficiency, Equality and the Ownership of Property. London 1964.

auch der technische Fortschritt begrenzt: Es besteht ein substitutives Verhältnis zwischen verschiedenen Arten des technischen Fortschritts.

Als „reine" Form technischen Fortschritts wird Solow-Neutralität oder Harrod-Neutralität betrachtet. Im ersten Fall wird nur die Effizienz des Kapitals erhöht (T_K), im zweiten Fall nur die Effizienz der Arbeit (T_L). Als Produktionsfunktion ergibt sich

$$Y(t) = F[K(t) \cdot T_K(t), L(t) \cdot T_L(t)] , \qquad (30)$$

wobei die Wachstumsraten der beiden Arten des technischen Fortschritts durch eine (konkave) Transformationskurve verknüpft sind[27]) (Fig. 3)

$$g_{T_K} = \varphi(g_{T_L}) ; \quad \varphi' < 0, \varphi'' < 0 . \qquad (31)$$

φ ist als „Technical Progress Frontier" (Grenze technologischer Möglichkeiten) bekannt.

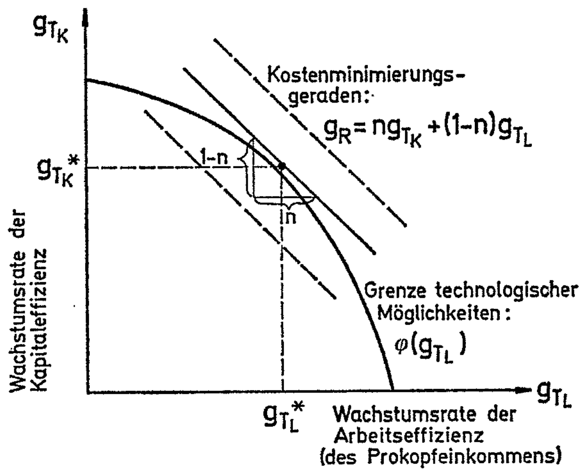

Fig. 3. Die Grenze technischer Möglichkeiten und das kurzfristige optimale Mischungsverhältnis des technischen Fortschritts.

Die Unternehmer werden denjenigen Punkt auf dieser Transformationskurve wählen, bei dem die Produktionskosten minimiert werden. Da es sich um Wachstumsraten handelt, wird diejenige Kombination von Effizienzzuwachsraten gewählt, die die Zuwachsrate der Kostenreduktion g_R maximiert. g_R ist ein gewogenes Mittel aus g_{T_K} und g_{T_L}, wobei die Gewichte dem Anteil von Kapital und Arbeit am Sozialprodukt entsprechen

$$g_R = ng_{T_K} + (1 - n)\, g_{T_L} \qquad (32)$$

mit

$$n = \frac{\partial Y}{\partial K} \cdot \frac{K}{Y} = \text{Gewinnquote.}$$

[27]) Vgl. dazu Paul Samuelson, A Theory of Induced Innovation Along Kennedy-Weizsäcker Lines. Review of Economics and Statistics 47 (1965).

Maximierung von (32) unter Berücksichtigung von (31) ergibt

$$\frac{dg_{T_K}}{dg_{T_L}} = \varphi'(g^*_{T_L}) = -\frac{(1-n)}{n}. \tag{33}$$

Dieses Optimum ist in Fig. 3 eingezeichnet.

Nun ist aber bekannt, daß gleichgewichtiges Wachstum nur möglich ist, wenn der technische Fortschritt ausschließlich Harrod-neutral ist[28]). Im langfristigen Gleichgewicht muß also gelten

$$g_{T_K} = 0 \text{ und } g_{T_L} = \varphi^{-1}(0). \tag{34}$$

Die Gewinnquote am Sozialprodukt n muß im Gleichgewicht einen derartigen Wert annehmen, daß (34) erfüllt ist. Es läßt sich nachweisen, daß die optimale und gleichgewichtige Profitquote n der Investitionsquote s entspricht[29]).

$$\hat{n} = s \tag{35}$$

Nach Erweiterung mit Y/K folgt auch

$$\hat{r} = f'(\hat{k}) = g = g_{T_L} + g_L. \tag{36}$$

Ein Vergleich von (35) mit (16) und (36) mit (15) zeigt sofort, daß die gleiche Optimierungsbedingung wie bei der (Ersten) Goldenen Regel gilt, nämlich die Gleichsetzung von Zinssatz und Wachstumsrate der Wirtschaft. Bei der ersten Goldenen Regel wird danach gefragt, welcher Zinssatz den größtmöglichen Konsum bei vorgegebener Wachstumsrate des Systems erlaubt. Bei der zweiten Goldenen Regel wird davon ausgegangen, daß die Unternehmungen durch Kostenminimierung (oder Gewinnmaximierung) eine effiziente Kombination der beiden Arten technischen Fortschritts erreichen. Es wird dann gefragt, welcher Zinssatz gewählt werden muß, um diese effiziente Kombination (im Bereich der Zuwachsraten) im gleichgewichtigen Wachstum zu sichern. Die Goldenen Regeln beschäftigen sich mit der Optimalität der rein technologischen Beziehungen, d. h. also mit der Effizienz, nicht aber mit einem Nutzenoptimum.

h) Die zweite Goldene Nutzenregel

Ähnlich wie bei der ersten Goldenen Regel ist auch bei der zweiten Regel eine Berücksichtigung des Nutzenaspekts möglich. Es ist z. B. folgender Ansatz denkbar:

---

[28]) Vgl. z. B. Winfried Vogt, Theorie des wirtschaftlichen Wachstums. Berlin und Frankfurt 1968, S. 91.

[29]) Diese Bedingung scheint wiederum von zwei verschiedenen Theoretikern (die beide auch schon die erste Goldene Regel entdeckten) unabhängig voneinander abgeleitet worden zu sein: Edmund Phelps, Induced Invention and the Golden Rule, in: Golden Rules of Economic Growth, l. c. C. Christian v. Weizsäcker, Tentative Notes on a Two Sector Model with Induced Technical Progress. Review of Economic Studies 33 (1966). Ders., Ökonomische Interpretation der ersten und zweiten Goldenen Regel der Akkumulation. In: Erich Schneider (ed.), Wirtschaftskreislauf und Wirtschaftswachstum. Tübingen 1966.

Die Gesellschaft verfügt über begrenzte Möglichkeiten des technischen Fortschritts von der Angebotsseite her. Die Wahl besteht aber nicht wie bei der zweiten Goldenen Regel (Fig. 3) zwischen den Wachstumsraten der Kapital- und Arbeitseffizienz, sondern viel grundlegender zwischen Produkt- und Prozeßinnovationen (Fig. 4).

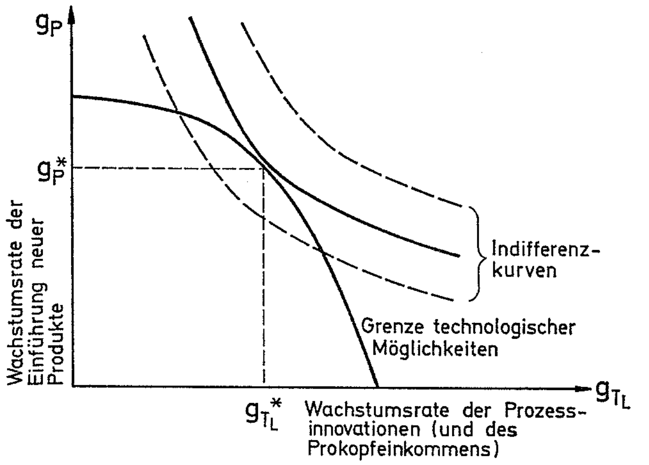

Fig. 4. Die Grenze technischer Möglichkeiten und die optimale Entscheidung zwischen neuen Produkten und neuen Prozessen.

Nun wird eine explizite Welfarefunktion eingeführt, die den Nutzen der neuen Güter und des höheren Prokopfeinkommens gegeneinander abwägt. Neue Produkte erhöhen den Nutzen direkt, wenn und weil die Nachfrager durch deren Konsum „glücklicher" werden. Andererseits vermindern neue Produkte den Wohlstand, weil dadurch die alten Güter mindergeschätzt werden. In Fig. 4 ist angenommen, daß die Nettowirkung der neuen Produkte den Wohlstand erhöht. Die Nutzenmaximierung unter Berücksichtigung der Grenze technologischer Möglichkeiten ergibt die optimale Zuwachsrate der neuen Produkte (g_P^*) und der neuen Prozesse ($g_{T_L}^*$)[30]. Damit ist auch bestimmt, wie schnell die Präferenzen der Gesellschaft sich ändern, denn die neuen Produkte können nur bei veränderten Konsumgewohnheiten abgesetzt werden. Die Wachstumsrate der Wirtschaft ist durch die Produktinnovation g_P^* mitbestimmt und damit modellendogen. Bei der Zweiten Goldenen Nutzenregel ist eine höhere Rate des technischen Fortschritts in der Produk-

[30]) Es wird darauf verzichtet, die Bedingungen abzuleiten, unter denen dieses Optimum durch die Unternehmer angestrebt wird. Die Firmen sind sich in einer modernen Wirtschaft voll bewußt, daß g_P und g_{T_L} zu ihren Aktionsparametern gehört, vermutlich mehr als zwischen der etwas akademisch anmutenden Entscheidung zwischen g_{T_K} und g_{T_L}. Daraus folgt, daß auch die Zweite Goldene Nutzenregel ähnlich wie die Zweite Goldene Regel formuliert werden kann.

tion nicht mehr (wie in den bisherigen Optimalmodellen) notwendigerweise günstig, weil das Prokopfeinkommenswachstum cet. par. erhöht wird. Wenn dadurch neue Konsumgüter weniger schnell in die Wirtschaft eingeführt werden, so kann der Gesamtnutzen der Gesellschaft sinken: die Konsumenten fühlen sich durch das bestehende Güterangebot im Vergleich zum notwendigen Arbeitsaufwand übersättigt. Die etwas naiv anmutende Gleichsetzung der Maximierung der Wachstumsrate des Prokopfeinkommens und des Nutzens wie bei der Zweiten Goldenen Regel wird damit überwunden.

VI. Kritische Bemerkungen

Eine Kritik der Theorie optimalen Wachstums kann an verschiedenen Orten ansetzen. Es ist z. B. möglich, das zugrunde liegende neoklassische Wachstumsmodell zu kritisieren. Es müßte dann insbesondere geprüft werden, welchen Sinn ein *säkulares* Wachstumsmodell überhaupt besitzt, das jegliche Strukturwandlungen ausschließt, wenn doch bekannt ist, daß Wirtschaftswachstum untrennbar mit Strukturänderungen verbunden ist[31]).

An dieser Stelle soll jedoch nur *ein* Aspekt der Theorie optimalen Wachstums betrachtet und kritisiert werden, von dort aber der ganze Ansatz in Frage gestellt werden.

Die explizite Einführung einer Nutzenfunktion zur Ableitung der optimalen Investitionspolitik war sicherlich ein großer Fortschritt gegenüber der Goldenen Regel. Wie Hicks aber betont[32]), treten bei der Nutzenanalyse einer wachsenden Wirtschaft alle Probleme wieder auf, die schon bei der statischen Welfaretheorie bestehen. Es seien nur die Stichwörter interpersoneller Nutzenvergleich, zunehmende Skalenerträge, externe Effekte und Arrow-Paradoxon genannt. In der Optimaltheorie werden aber noch zwei wichtige zusätzliche Annahmen hinsichtlich der Nutzenfunktion gemacht

(i) Die Nutzenfunktion ist *stationär*, d. h. das interpersonelle Bedürfnissystem bleibt über die Zeit konstant.

(ii) Die Nutzenfunktion ist additiv. Der Grundnutzen des Konsums in der einen Periode ist unabhängig vom Konsum in anderen Perioden. Die Nutzenströme werden durch diese Annahme *teilbar*:

$$U[C_0, C_1, C_2 \ldots] = U(C_0) + U(C_1) + U(C_2) + \ldots \qquad (37)$$

Beide Annahmen sind sehr einschränkend und dürften in der Wirklichkeit nicht erfüllt sein. Die Ergebnisse der Theorie optimalen Wachstums sind genau so restriktiv wie die zugrunde liegenden Annahmen. Sie müssen daher mit großer Skepsis betrachtet werden.

---

[31]) Dieser Aspekt wird insbesondere von den empirisch orientierten Forschern betont. Vgl. z. B. *Simon Kuznets*, Modern Economic Growth; Rate, Structure and Spread. New York 1966. *Gottfried Bombach*, Quantitative und monetäre Aspekte des Wirtschaftswachstums. In: W. G. *Hoffman* (ed.) Finanz- und währungspolitische Bedingungen stetigen Wirtschaftswachstums. Schriften des Vereins für Socialpolitik, N.F. Bd. 15. Berlin 1957.

[32]) *John R. Hicks*, Capital and Growth. Oxford 1965, chapt. XXI. Vgl. auch *Tjalling Koopmans*, Stationary Ordinal Utility and Impatience. Econometrica 28 (1960).

Während die zweite Annahme eher subtil ist, widerspricht die Annahme der Stationarität der Nutzenfunktion der ganzen Idee der wirtschaftlichen Entwicklung. Schon logisch ist es nur in einem unwahrscheinlichen Spezialfall überhaupt denkbar, daß eine Wirtschaft zwar ihre Produktivität dauernd steigert, ihre Bedürfnisstruktur aber völlig unverändert bleibt. Wirtschaftliches Wachstum ist unter diesen Umständen überhaupt nur möglich, wenn alle Einkommenselastizitäten genau eins betragen[33]). Noch schwerer wiegen aber die Einwände gegen die Stationarität der Nutzenfunktion auf Grund historischer Erfahrung. Man vergegenwärtige sich einmal die Situation, die entstünde, wenn ein hochentwickeltes Land wie die USA die gleichen Bedürfnisse hätte wie England zur Zeit der industriellen Revolution. Das Wachstum einer Volkswirtschaft bedingt mit der Entwicklung der produktiven Kräfte gleichzeitig auch eine Veränderung der Präferenzen. Eine wachsende Wirtschaft ist durch eine dauernde Einführung neuer Produkte gekennzeichnet, an deren Verbrauch sich die Konsumenten gewöhnen müssen. Ebenso ist für eine wachsende Wirtschaft auch die Reklame typisch, die die Konsumenten überhaupt erst auf die neuen Produkte aufmerksam macht. Es handelt sich um einen Lernprozeß von seiten der Konsumenten.

Eine stationäre Nutzenfunktion kann also überhaupt nur in einer stationären Wirtschaft sinnvoll sein. Einer fortschreitenden Wirtschaft entspricht notwendigerweise auch eine sich verändernde Nutzenfunktion[34]).

In der „Zweiten Goldenen Nutzenregel" (Abschnitt h von Teil V) werden sowohl Präferenzänderungen als auch Änderungen der Produktionstechnik im Wachstum berücksichtigt. Formal wird dadurch die Stationaritätsannahme aufgegeben. Es bleibt jedoch fraglich, ob die daraus ableitbare optimale Investitionsquote viel Aussagekraft besitzt. Vor allem zwei Argumente sprechen dagegen, daß die Aufteilung des Sozialprodukts zwischen Konsum und Investition für die Wachstumspolitik überhaupt zentral ist:

1. Wie bereits betont, bedingt Wachstum Präferenzänderungen, was einen Lernprozeß der Konsumenten voraussetzt. Nun dürfte aber unbestritten sein, daß diese dauernden Änderungen im Konsumentenverhalten maßgeblich durch den Konsum selbst induziert werden: es handelt sich um ein „Learning by Doing" der Nachfrager. Der Konsum selbst wird damit zu einer Voraussetzung künftigen Wachstums.
2. Nicht nur neue Präferenzen, sondern auch die Voraussetzungen zur Einführung von neuen Produktionsprozessen werden auch durch den Kon-

---

[33]) Vgl. dazu Bruno S. Frey, Product- and Process Innovations in Economic Growth, Zeitschrift für Nationalökonomie 29 (1969).

[34]) Hicks übersieht diesen Zusammenhang, wenn er schreibt: " 'stationariness', it must emphasized, is a pure characteristic of the utility function; it has nothing (necessarily) to do with Stationary Equilibrium". Capital and Growth, l. c. p. 253. Seine Aussage ist nur als mathematische Definition einer Eigenschaft der Nutzenfunktion sinnvoll; sie müßte dann aber ergänzt werden durch die Hervorhebung des ökonomischen Zusammenhangs (was nicht getan wird).

sum geschaffen. Ein Beispiel ist etwa das Fernsehen; gewöhnlich wird es als reiner Konsum betrachtet. Diese Konsumtätigkeit vermittelt aber oft völlig unbewußt das neueste technische Wissen. Wiederum handelt es sich um einen Lernvorgang beim Konsumieren.

Diese Überlegungen sollen vor allem zeigen, daß unter dem Gesichtspunkt des Lernens die Unterscheidung zwischen Konsum und Investition relativ unwichtig wird, weil beide Tätigkeiten das zukünftige Wachstum fördern. Entscheidend ist nicht so sehr, ob eine Realkapitalerhöhung erfolgt, sondern wie stark die wachstumsnotwendigen Veränderungen der Präferenzen und der Produktionstechnik gefördert werden. Wenn also wirtschaftliche Entwicklung als ein allgemeiner Lernprozeß betrachtet wird, erweist sich die Suche nach der optimalen Investitionsquote (als einziges Kriterium für optimales Wachstum) als sekundär. Die Theorie optimalen Wachstums sollte sich von der starren Betrachtung der Aufteilung des Sozialproduktes zwischen Konsum und Investition lösen und sich der meist allgemeineren (und vielleicht schwierigeren) Betrachtung der Entwicklung als Lernprozeß widmen.

Zusammenfassung

Es wird eine Übersicht über die neuesten Theorien des optimalen Wirtschaftswachstums in der Folge der (Ersten) Goldenen Regel gegeben. Diese Regel beschäftigt sich nur mit der Effizienz. Die Optimalität kann durch Maximierung einer Nutzenfunktion über die Zeit abgeleitet werden (Goldene Nutzenregel). Der endliche und unendliche Zeithorizont können als Spezialfälle der Konsum-Turnpike Theoreme betrachtet werden. Verschiedene Konsumgüter, offene Volkswirtschaften und die Einführung von Geld sind einfache Weiterentwicklungen des nämlichen Grundansatzes. Im Gegensatz zur Volkswirtschaft als Ganzes müssen die Individuen in einer wachsenden Wirtschaft zur Optimierung den Zinssatz als Konstante und die Wachstumsrate des Konsums als Variable betrachten.

In der Zweiten Goldenen Regel wird angenommen, daß die Unternehmer die Gewinne maximieren, was zu einer effizienten Verwendung der verschiedenen Typen technischen Fortschritts führt. Ein Gleichgewicht existiert nur, wenn der Zinssatz gleich der Wachstumsrate der Wirtschaft ist, was einen reinen arbeitsvermehrenden technischen Fortschritt garantiert. Die Regel beschäftigt sich nur mit der Effizienz und nicht mit der Optimalität. Es kann eine Zweite Goldene Nutzenregel postuliert werden: die Maximierung des Nutzens aus dem Wachstum neuer Produkte und des Pro-Kopf-Einkommens (die durch eine „Kurve der Grenze technologischer Möglichkeiten" verbunden sind). Die implizite Annahme der Zweiten Goldenen Regel — daß Wachstumsmaximierung Nutzenmaximierung bedeutet — wird auf diese Weise überwunden.

Die Theorie optimalen Wirtschaftswachstums wird wegen ihrer alleinigen Konzentration auf die Investitionsquote kritisiert. Ein großer Nachteil ist auch, daß die Nutzenfunktion in der Zeit stationär ist. Wenn eingestanden wird, daß im Wirtschaftswachstum Präferenzänderungen auftreten, folgt daß allgemeinere Lernprozesse berücksichtigt werden müssen. Diese Prozesse können sowohl durch Investitions- als auch Konsumtätigkeiten hervorgerufen werden. Es sollte mehr Gewicht auf die Erforschung des Lernens einer Gesellschaft gelegt werden.

Summary

A survey is given on the newest theories of optimal economic growth following the (First) Golden Rule. This Rule only deals with efficiency. Optimality can be derived by maximizing a utility function over time (First Golden Utility Rule). Finite and infinite time horizons can be treated as special cases of Consumption Turnpike Theorems. Various consumer goods, open economies, and the introduction of money fall easily as extensions within this same framework. Contrary to the economy as a whole, individuals must optimize in a growing economy by taking the rate of interest as given and the growth rate of consumption as variable.

In the Second Golden Rule enterpreneurs are assumed to maximize profits which leads to an efficient use of various types of technical progress. There is only equilibrium if the rate of interest equals the growth rate of the economy securing pure labour-augmenting technical change. The rule only deals with efficiency, not optimality. A Second Golden Utility Rule can be postulated by maximizing the utility derived from the growth of new products and of per-catpita income (which are related by an innovation possibility frontier). The implicit assumption of the Second Rule — that maximum growth means maximum utility — is thus evaded.

Optimal growth theory is criticized because of its exclusive concentration on the rate of investment. A major shortcoming is also the stationariness of the utility function. If it is accepted that preferences change in economic growth, it follows that general learning processes must be taken into account. They can be engendered both by investment and consumption activities. More effort should be devoted to the study of learning in a society as a whole.